



Urho Rauhala on kotiutunut Ruotsin kautta Amerikkaan. Matriiseja on käännetty pitkään San Diegossa Kaliforniassa.

Urho Rauhalan matemaattiset teoriat risteilevät avaruudessa, jota ei haastatteliija eikä lukijakaan ymmärrä, mutta jonne on silti elämyksellistä matkustaa.

Urho Rauhala tuntee array algebran

Länsimaan tietäjä johdattaa lukijan ymmärryksen ulkopuolelle

Haastattelu ja ihmettely: Pekka Lehtonen

MAANKÄYTTÖ-LEHDEN LUKIJAT löytävät maailmantason matemaatikon eli tohtori **Urho Rauhalan** haastattelun vuodelta 2003 (*Maankäyttö* 1/2003), jossa San Diegossa asuva TKK & KTH:n kasvatti kertoi seikkailuistaan fotogrammetrian ja geodesian tutkimuksen alalla. Ne olivat johtaneet hänen keksimänsä array algebran laajennukseen epälinearisessa pienimpään neliöiden tasoituslaskussa yhdessä kollegansa **Georges (Yrjö) Blahan** tensorilaskennan kanssa. Tensorit ovat matriiseja, joilla on enempi kuin kaksi indeksä, siis rivi/sarakekoordinaattia, mutta niiden muunnokset ovat erikoistapauksia matriisin kertosäännöistä. Niillä voi silti ilmaista matemaattisen fysiikan ja geometrian sääntöjä. Urhon ja Yrjön työ oli huomattava saavutus, koska esimerkiksi Einsteinia vaivasi uransa alussa huomio, että hänen tensoreidensa kenttäyhtälöt eivät pystyneet hyödyntämään ylimääräisiä havaintoja. Uransa lopussa Einstein yritti laajentaa teorioitaan samaan suuntaan kuin fotogrammetrian ja geodesian yhdistetyt havaintoyhtälötasoitukset miljoonilla tuntemattomilla. Tämä tarkoittaa array algebran

pääsovellutuksia, joita Urho käsitteli jo 1968 TKK:n diplomityössään.

Tapasin Urhon jälleen San Diegossa kesän FinnFest2011-juhliissa, jossa hän oli yhdessä Taina -vaimonsa kanssa auttamassa paikallisten suomalaisten järjestämää suurtaapahtumaa Amerikan, Suomen ja koko maailman suomalaisille. Emme ehtineet juuri juttelemaan juhlan aikana emmekä sen jälkeenkään, kun Rauhalat kiirehtivät hoitamaan Maria-tyttärensä perhettä. Maria oli ollut pahassa autokolarissa Heinäveden kesämokin lähellä yhdessä Anna-tyttären ja Lapuan anoppinsa kanssa pari viikkoa aikaisemmin ja tarvitsivat nyt mummun ja paapan hoitoa FinnFestin kiireitten jälkeen.

ARRAY ALGEBRA – MYSTIIKKAA RIVIMAANMITTARILLE

Pyysin Urhoa ottamaan yhteyttä, kunhan elämä rauhoittuu. Muutaman viikon jälkeen tulikin sähköpostissa kummaa tarinaa, josta en juuri mitään ymmärtänyt: liitteenä oli hänen 2010 Amerikan fotogrammetrisen seuran kokouksessa esittämänsä paperi "Array Algebra Automation of 4-D Imaging and Range Sensing". Kysyin, olisiko mitään suomenkielistä, kansanomaistettua tulkintaa, jota *Maankäyttö*-lehden lukijatkin ymmärtäisivät – ilman, että kaivaisivat esiin vanhaa tietoa matematiikan, fotogrammetrian ja geodesian luennoilta. Tuskin sieltäkään olisi asia kirkastunut, tuskin edes Urhon ohjauksessa. Urho lupasikin jatkaa tarinaansa sitten vuodesta 2004,

jolloin hän jäi varhaiseläkkeelle paikallisesta puolustuslaitoksen yrityksestä. Yritys muun muassa kehitti yhdessä **Uki Helavan** firman kanssa täysin digitaalisten stereokuvien kartoituskojeen. Helavaa pidetään tietokoneella toimivan kartoituskojeen keksijänä sekä analytyttisessä että digitaalisessa fotogrammetriassa ja hänen sekä **Duane C. Brownin** ansiosta Urho palkattiin San Diegon 1983 "Softcopy WS" -tiimiin tehtävänä kehittää array algebralla automaatiota maastomallien tekoon, varsinkin niiden monien kuvaparien peittoalueilla. Esimerkiksi Google Earth ja Bing Map ovat siviilipuolen johdannaisia tästä digistereokuvien teknologiasta. Sen kehittäelytyö alkoi 1980-luvun alussa ja sitä edeltävään perustutkimukseen USA:n alan uranuurtaja, Duane C. Brown, palkkasi Urhon v. 1975. Hän oli kuullut Urhon array algebran sovellutuksista Ottawan vuoden 1972 ja Washington D.C.:n vuoden 1974 konferensseissa.

Kukaan ei ollut vielä käsittänyt Länsimaan tietäjän viimeisimpiä teorioita ja niiden systeemikehittelyä.

Aivan kuin Duane C. Brown v. 1977 ja Yrjö (siis Georges Blaha) 1995 jälkeen, Urho kyllästyi USA:n lyhytjännitteiseen tutkimuspolitiikkaan. Se ei palkinnut korkeatasoista perustyötä vaikka sen käytännön teknologian sovellutukset olivat ihan käden ulottuvilla. Urho ei ole enää tarjoutunut v:n 2010 paperinsa jälkeen julkaisemaan tai todistelemaan yksityiskohtia tai antamaan oikeuksia omarahoitteiseen perustutkimustyöhönsä ja sen patentoitaviin sovellutuksiin. Hän ei myöskään aio perustaa mitään kaupallista toimintaa keksintöjensä ympärille ennen mahdollista omakustanteista oppikirjan tekoa. Oppikirjan tavoitteena on kouluttaa nykyistä ja seuraavaa sukupolvea array algebraan.

TEKKARIN SEMINAARIESITELMÄSTÄ SE ALKOI

Mistä tämä sai alkunsa? Kaikki on teekkarina pidetyn seminaariesitelmän "Questar-kaukoputkien pikkujättiläinen" jatkoa vuodelta 1966. Prof. **Hirvonen** oli juuri palannut USA:n sapattivuodeltaan. Hän oli tutkinut satelliittigeodesiaa ja -fotogrammetriaa ja kehitti oman versionsa sadekimputtasoituksesta geodesian pallokoordinaatteja käyttäen. Tuloksen hän julkaisi tasoituslaskun oppikirjassaan v. 1967. Hirvonen tarjosi kurssin avaruusgeodesiasta. Siihen vain Urho ja pari muuta teekkaria uskaltautuivat oppilaiksi. Hirvonen antoi porukan käyttöön ostamansa minikaukoputken sillä ehdolla, että siitä pidettäisiin esitelmä. Hirvonen piti Urhon esitelmästä ja Urho suoritti myös jatkokurssit fotogrammetriassa kiitettävien arvosanoin. Fotogrammetrian laitos antoi hänelle urakan Hirvosen kolmiointiohjelman jäännösvirheiden piirtämisessä; samaan aikaan professori **Hallert** oli kuuluttamassa assistentin virkaa Tukholmassa. Prof. **Halonen** soitti ja kertoi juuri diplomityön tehneestä oppilaastaan, joka olisi kiinnostunut tulemaan jatko-opintoihin. Niinpä Urho muutti perheensä marraskuussa 1968 Norrtäljeen, aluksi **Pentti Kaasilan** (maanmittarin, joka toimi Hallertin tutkijana fotogrammetrian laitoksella ennen siirtymistään Ruotsin karttalaitoksen RAK:n palvelukseen) ja **Jorma Kantolan** (Maanmittaushallituksen kiinteistöosaston päällikkö emeritus) apivanhempien vuokralaiseksi, kunnes löysi asunnon Tukholmasta.

Edellinen tarina jo kertoikin Urhon seikkailut vuoteen 2003 asti keksintöjen maailmassa. Ne johdattivat hänet Tukholmasta Kaliforniaan Floridan 1975–84 kauden jälkeen. Niiden lähtökohtana oli Urhon mukaan "array algebran moni-lineaarisen yhtälöryhmän ratkaisu nopealla äärellisten alkoiden menetelmällä, jolla automaattiset Least Squares Matching (LSM) stereonäön alkioit voidaan käsitellä yhteistasoituksessa – aivan kuin stereo-operaattorin silmä-

aivo-toiminta". Tämä mullisti stereomittauksen automaatiotason jo 2D-kuvan stereossa ja miltei täysin monen stereomallin peittoalueilla, joissa oli tarpeeksi ylimääräisiä havaintoja. LSM-prosessi oli silti array algebra -automaation pullonkaula vaikka sen mittausnopeus tietokoneella parani yli 10 000 pistettä/sek. Pistetiheyden piti olla $2 \times 2 - 3 \times 3$ pikseliä, jotta myös maaston päälliset rakenteet voitiin saada näkyviin tiheässä pintamallissa, kuten Lidar-teknologiassa eli "etäisyysmittauskamerassa". Ensimmäisen kerran haastattelija sai ripauksen kiinni, mistä puhutaan: haa, lasermittauksesta!

Array algebran epälineaarinen LSM-normaaliyhtälön ratkaisu ja Yrjön tensorilaskennan laajennus johtivat Taylorin sarjakehittelmän kääntämiseen Urhon loop-inverssien teoriolla. Nämä keksinnöt 1990-luvulla (ja vielä tänäänkin) ovat niin uusia, että Urhon 1995 ja 1999 paperit matemaatikkojen kokouksessa hyväksyttiin SIMAX-julkaisusarjaan vasta v. 2002. Tuolloin löytyi matematiikan asiantuntija, joka tunnusti, ettei tajunnut kaikkia yksityiskohtia Urhon papereista, mutta että niitten perusteoria varmaan tulee mullistamaan sovelletun matematiikan perusteet. Jos siis lukijalla on vaikeuksia ymmärtää, ei hän siinä ole yksin! Tämän jälkeen array algebra pääsi Wikipediassa nykyajan lähteeksi tensorilaskennan ja multilineaarisen matematiikan alalla samalla kun "uusia" array



© Urho Rauhala

Urho ja Tiina Rauhala käyvät myös vanhassa kotimaassaan säännöllisesti.



© Urho Rauhala

Länsimaan tietäjät: Digitaalisen fotogrammetrian yksi uranuurtajista, Duane C. Brown (keskellä), palkkasi Urhon ja Georges Blahan (oik.) yrityksensä huippututkimukseen Floridaan 1970-luvun puolivälissä. Kuva 80-luvulta.

algebran versioita ilmaantuu matematiikan julkaisusarjoihin, kaikki erilaisilla merkintäavoilla ja määrittelyillä ilman referoiteja Urhon tai Yrjön perustyyhön.

"JO ON PIRUA", SANOI RANNANJÄRVI

Uusi tarina alkaa siitä, kun Urhon array algebran sovellutukset jäivät ilman rahoitusta, kunnes "poliittiset" porukat monen vuoden jälkeen raportoivat tuloksia samoista ideoista – vaikka niitä olisi pystynyt parantamaan monikertaisesti array algebralla. Urhon pinna kiristyi v. 2003, kun hänen tiimensä työtoverit potkittiin pois tai siirrettiin "orjatoihin". Kun työvuodet varhaiseläkkeeseen tulivat täyteen v. 2004, Urho ryhtyi jälleen yksityisrittäjäksi – niin kuin Floridan ajan loppuvuosina. Yrjön teoriat olivat myös ilman rahoitusta; niinpä kumppanukset tekivät muutaman yhteistarjouksen eri tutkimuslaitoksille. Kukaan ei kai ymmärtänyt, mitä he ehdottivat, koska perustelut kielteisistä päätöksistä olivat "täyttä soopaa", minkä oikaisu vain pahensi asiaa. Ei myöskään auttanut vaikka kaivoi omasta taskustaan matkarahoja 15–20 minuutin kongressiesitelmiin: Aikakirjoihin saatiin sentään joitain todisteita uusista teknologioista, joita array algebran perustutkimus oli poikinut vuosittain eri tarjouskilpailuissa.

OMA-RAHOITTEISET TUTKIMUKSET JULKISUUTEEN

Tässä Urho pääsi vauhtiin. Lukija voi yrittää pysyä kyydissä tai kokea ainakin elämyksen. Kiinnitä turvavyöt:

Vuosi 2008 alkoi valoisasti. Urho oli puurtanut yksityiskohdat uusista integraali-LSM- ja siihen liittyvästä wavelet/looplet-kuvantiivistys- ja siirtotekniikoista. Hän oli nyt löytämässä suoraa ratkaisua LSM-paikallisiin näköalkioiden normaaliyhtälöihin. Yrjö oli siirtymässä myös omaan liikeyritykseen päästyään eläkkeelle osa-aikaisesta "orjatyöstä". Hän oli saanut Honka-puutalon miltei valmiiksi Quebecin erämaatonilla. Mutta – muutama viikko eläkkeelle jäännin jälkeen hän sai halvauksen! Pari kuukautta Yrjön kuoleman jälkeen tuli USA:n talousromahdus ja vaikutti, että Urhon pitäisi saada jokin rahoitettu projekti. Niinpä hän ehdotti systeemin uudistusta 4-ulotteisessa tiedustelu-, kartoitus- ja tv-tekniikassa. Tarjouspyyntö oli voideltu niin liukkaaksi eri rajoituksilla, ettei siinä mitenkään voinut kuvata näin laajakantoista systeemi-idea eli fotogrammetrian ja geodesian (GPS) laajennusta neljanteen ulottuvuuteen. Tarjous hylättiin ja Urho päätti antaa vahingon kiertää eli julkaista sen perusideat Amerikan fotogrammetrisen seuran kokouksessa, joka ensimmäistä kertaa pidettiin kotona San Diegossa keväällä 2010.

Paperissaan Urho tiivistä aikaisemmin julkaistuja asioita ja antoi suljetun lopputuloksen Taylorin käänteiskaavalle – se onkin "korjattu" Newton-Gauss (N-G) -ratkaisu epälineaaristen yhtälöryhmien ratkaisulle. Vanha iteratiivinen N-G-menetelmä sieventyi siten, että vain joka toinen iteraatio tarvitsee uuden derivaattamatriisin kääntämisen. Kaavan pystyi ilmaisemaan muutamalla rivillä ilman katkosta Taylor-sarjaan, jossa esimerkiksi 4. asteen derivaatta on 5-ulotteinen array eli tensori. Sen käänteisderivaatassa on kaikki derivaatat 4. asteeseen saakka + kaikki käänteisderivaatat 3. asteeseen saakka. Yrjön mukaan tensorikaavan johtaminen Einsteinin ja Levi-Civitan merkintäavalla oli vaatinut 40–50 sivua. Urhon lyhennetyillä arrayn potenssilaskukaavoilla sama työ vaati vain muutaman sivun, kun käytti analogiaa keskikoulun 4. asteen polynomeihin ja sitten sievensi tulosta niin, että ääretön eli supistamaton määrä korkeampia derivaattoja on huomioitu.

Urhon 2010-paperi myös laajensi tensorilaskennan yleiseen käänteisprobleemaan, jossa havaintoja on vähemmän kuin tuntemattomia eli kunkin muuttujan käännösmatriisi koordinaattimuunnoksissa ei olekaan neliömäinen vaan suorakaiteen muotoinen singulaarimatriisi. Urhon loop-inverssien teoria laajensi Bjerhammar – Raon ja Penrosen yleistä käänteismatriisien teoriaa 1974 tohtorinväitöksessään. Bjerhammar oli KTH:n geodesian professori, jonka työtä matriisien ja geodesian teorioissa Urhon array algebra laajensi. Rao taas on intialainen matemaatikko, joka sovelsi yleistä inverssiteoriaa tilastotieteen tasoituslaskussa. Sitä Urho laajensi Helsingin 1976 ISP-kongressipaperissaan. Sir Penrose on kuuluisa englantilainen matemaatikko yhtä kuuluisan fyysikon Stephen Hawkingin ryhmässä. Penrosen pseudoinverssiä Urhon lm -inverssi laajensi samalla, kun se laajensi Raon määritelmän harhattomille estimaateille.

"KOSTO ON SULOOSTA", SANOSI JAAKKO ILKKA

Kevennyksenä Urho kertoo, että Jaakko Ilkan kosto tuli Ilmajoen 12 sukupolven takaa Urhon KTH-teorian kautta. Bjerhammar vähätteli Urhon loop-inverssien teoriaa (suomalaispojan erehdys panna hanttiin ruotsalaiselle "geodesian kunkulle"). Hän yritti "armollisesti pelastaa" Urhon ja oman maineensa vastustaen array algebran tohtorinväitöstä, mutta KTH:n fotogrammetrian ja matematiikan laitokset tulivat Urhon avuksi, kun Yrjön työkaveri J-G Leclerc Quebecin geodesian laitoksesta sattui olemaan KTH:n vieraillevana tiedemiehenä ja ymmärsi perusidean Urhon urauurtavasta teoriasta. Urhon matriisi-inverssit G eivät täyttäneet määritelmää $AGA = A$ matriisin A yleiselle inverssille ja Bjerhammarin mukaisille harhattomille estimaateille. Osoittautui, että Urhon määritelmä $GAG = G$ onkin se yleisin ehto ja on myös perustana Taylorin käänteisderivaatalle.

Urho kertoo vuoden 2010 paperissaan, että loop-inverssit yleistävät estimaatioteoriaa esimerkiksi siten, että maailmankaikkeuden laajeneminen selittyy harhaisilla (valon nopeus ei olekaan globaalinen vakio tai suurin nopeus) etäisyshavainnoilla. Niitä Urhon lm -inverse pystyy silti hyödyntämään harhattomalle kulmuotoiselle (conformal) maailmankuvulle Penrosen viimeisimmän kosmologikirjan mukaisesti. Bjerhammarin määritelmä harhattomille estimaateille osoittautui virheeksi, jonka Urho (kenenkään muun kuin Duane Brownin sovittelumiehenä sitä tajuamatta) korjasi 1976 Helsingin ISP-paperissa. Samalla hän perusti nopean array algebran nauhamatriisien ratkaisun (kenenkään muun sitä ymmärtämättä) Bjerhammarin reflexive prediction eli "haudattujen pistemassojen" geoidille, joka ei ole kaukana Hirvosen telluroidista.

Toinen yleistys tensorilaskennalle Urhon 2010 paperissa oli "Einsteinin huoli #1":n ratkaisu ylimääräisille havainnoille, jolloin tensorien muunnosderivaatoilla on useampia rivejä kuin sarakkeita kuten pienimpäin neliöiden havaintoyhtälöissä. Yrjön Q-surface-tekniikka selittyi uudessa array algebran valossa epälineaarisen Kalman filtering- ja ehtoyhtälötasoituksen laajennukseksi. "Einsteinin huoli #2" globaalien kenttäyhtälön löytämisestä ja tasoituksesta ratkeaa, kun avaruusfotogrammetrian ristikkäishavainnot (galaksien liitospisteet ja niiden kommunikointi tulevaisuuden array algebran kielellä) tulevat mahdolliseksi naapurigalaksien ja niitten naapuriketjujen kanssa...

Jäikö jotain lukijalle epäselväksi? Lue uudelleen tai kysy Urholta (urauhala@msn.com)!